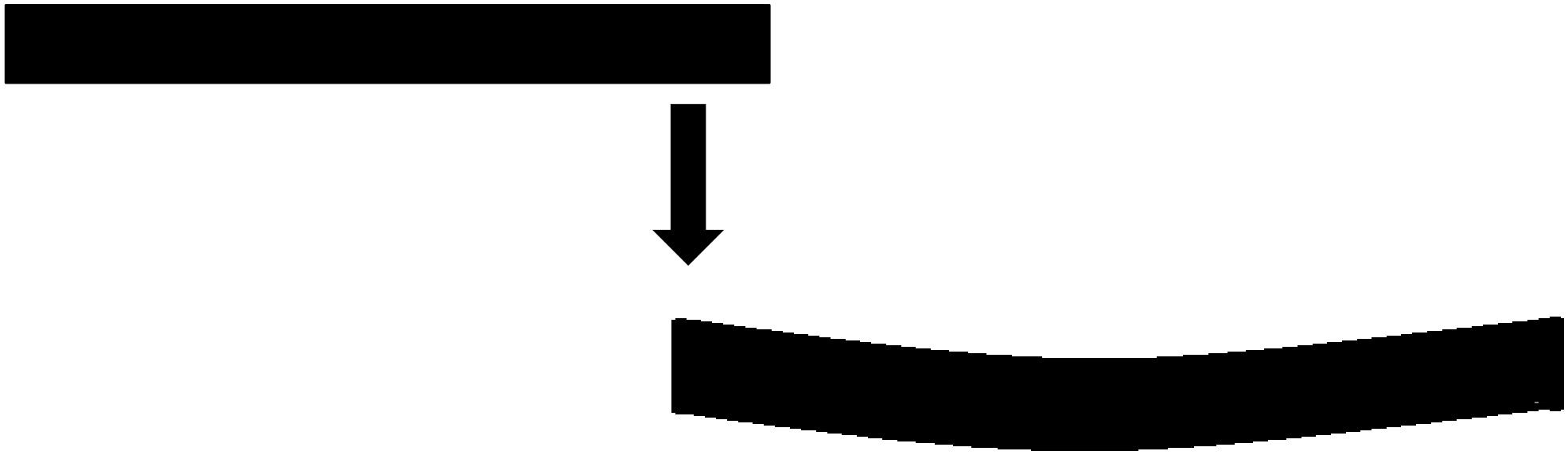
Прогиб балок

Бородина А. ЕТ-222

Балка



Виды крепления

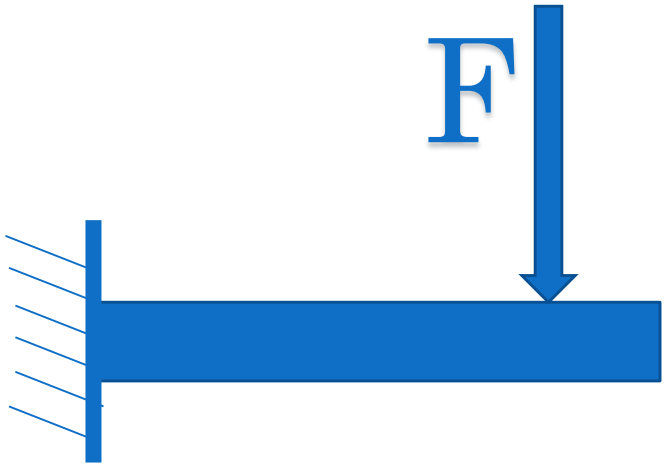
1

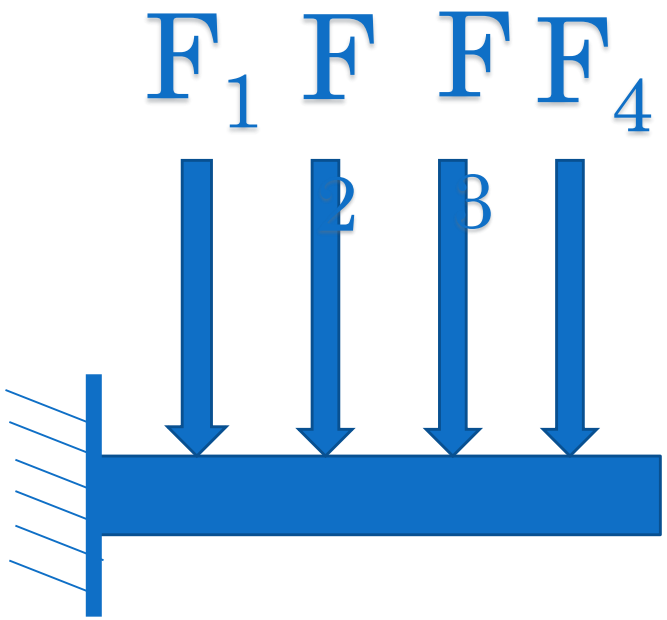
2

3

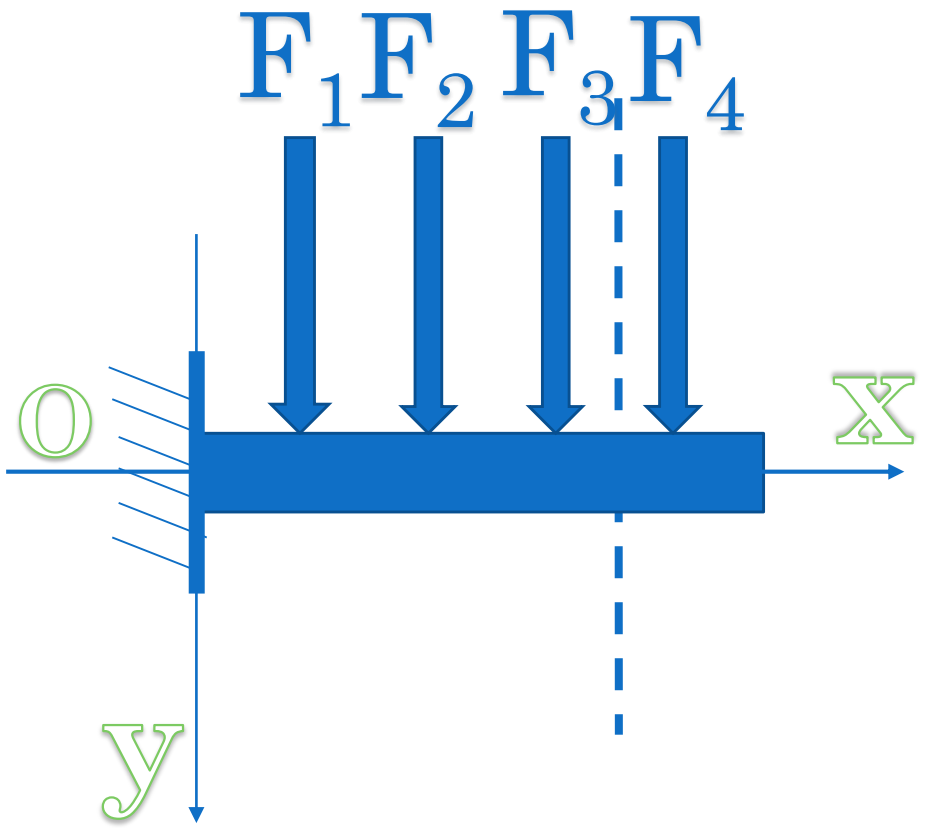
4

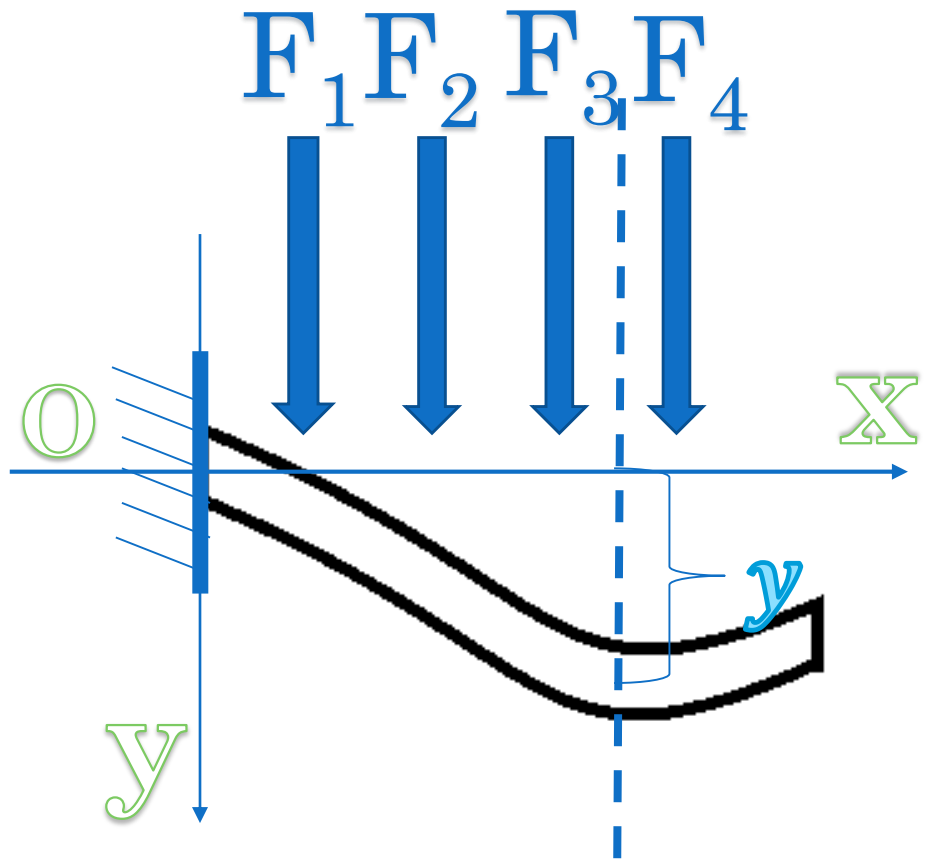
Силы





Прогиб балки





$$EJ\frac{y''}{[1+(y')]^{\frac{2}{3}}}=M(x),$$

где E – модуль упругости Юнга(зависит от материала);

J – момент инерции;

M(x) – изгибающий момент;

$$EJ\frac{y''}{[1+(y')]^{\frac{2}{3}}} = M(x),$$

Жесткость при изгибе

где E – модуль упругости Юнга(зависит от материала);

J – момент инерции;

M(x) – изгибающий момент;

$$EJ\frac{y''}{[1+(y')]^{\frac{2}{3}}}=M(x),$$

Жесткость при изгибе

угловой коэффициент

где E – модуль упругости Юнга(зависит от материала);

J – момент инерции;

M(x) – изгибающий момент;

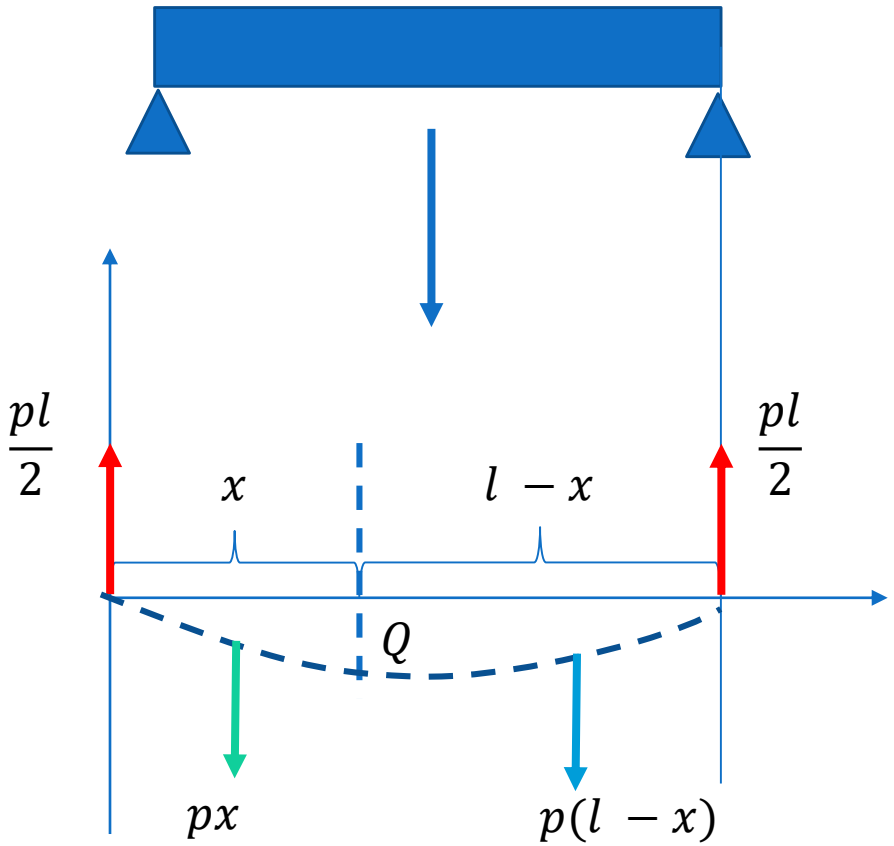
$$EJy'' = M(x),$$

где E – модуль упругости Юнга(зависит от материала);

J – момент инерции;

M(x) – изгибающий момент;

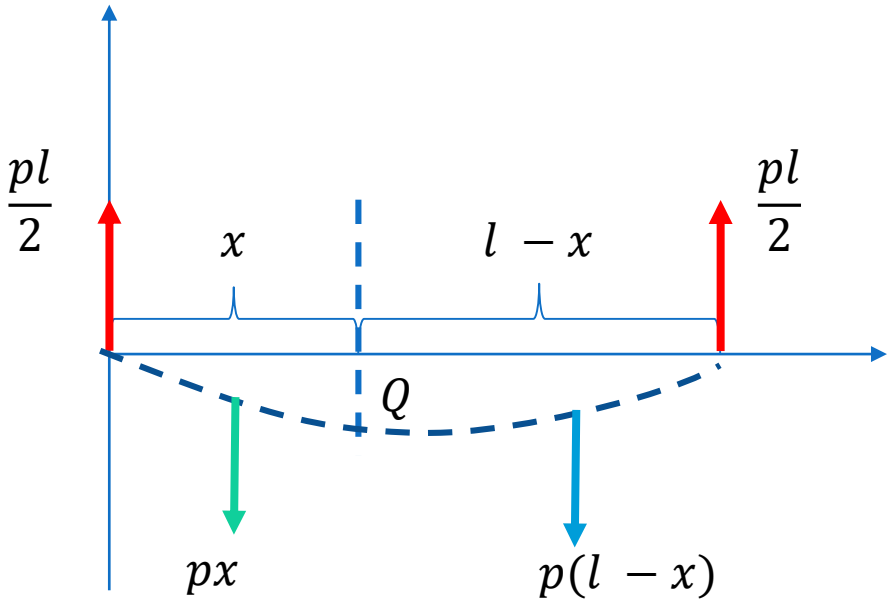
Пример



Дано: Однородная балка длиной l, которая свободно лежит на двух опорах. Балка прогибается под действием собственного веса. Вес балки p кг на единицу длины.

Найти: Уравнение упругой линии.

Решение: 1) Перейдем к математической модели.



$$M_1(x) = -\frac{pl}{2}x + px\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{px^2}{2} - \frac{plx}{2}$$

$$M_2(x) = -\frac{p(l-x)}{2}(l-x) + \frac{pl}{2}(l-x) = \frac{px^2}{2} - \frac{plx}{2}$$

$$EJy'' = M(x)$$

$$EJy'' = \frac{px^2}{2} - \frac{plx}{2}$$

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}$$

Решение

$$y'' = \frac{p}{2EJ}(x^2 - lx)$$

$$y' = \frac{p}{2EJ}\left(\frac{x^3}{3} - \frac{lx^2}{2}\right) + C_1$$

$$y = \frac{p}{2EJ}\left(\frac{x^4}{12} - \frac{lx^3}{6}\right) + C_1 x + C_2$$

$$\begin{cases} C_2 = 0 \\ C_1 = \dfrac{pl^3}{24EJ} \end{cases}$$

$$y = \frac{p}{24EJ}(x^4 - 2lx^3 + l^3 x)$$